

HEYNE <

Anne Lene Johnsen
Elin Natås

Jeder kann Mathe lernen

Für eine
entspannte Schulzeit



HEYNE <

Für Ragnhild und Magne Nyborg

Anne Lene Johnsen
Elin Natås

Jeder kann Mathe lernen

Für eine entspannte Schulzeit

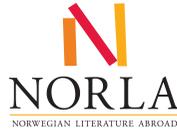
Übersetzt aus dem Norwegischen von Elisabeth Schmalen

WILHELM HEYNE VERLAG
MÜNCHEN

Die Originalausgabe erschien 2017 unter dem Titel *HVORDAN FATTE MATTE, Løsningen er enklere enn du tror* im Pantagruel Forlag AS.

Diese Ausgabe wird in Absprache mit Stilton Agency, Oslo und Arrowsmith Agency, Hamburg veröffentlicht.

Diese Übersetzung wurde mit finanzieller Unterstützung durch NORLA, Norwegian Literature Abroad, veröffentlicht.



Sollte diese Publikation Links auf Webseiten Dritter enthalten, so übernehmen wir für deren Inhalte keine Haftung, da wir uns diese nicht zu eigen machen, sondern lediglich auf deren Stand zum Zeitpunkt der Erstveröffentlichung verweisen.



Verlagsgruppe Random House FSC® N001967

Deutsche Erstausgabe 08/2019

© by Anne Lene Johnsen, Elin Natås 2017

© der deutschsprachigen Ausgabe 2019 by Wilhelm Heyne Verlag, München,
in der Verlagsgruppe Random House GmbH,
Neumarkter Straße 28, 81673 München

Illustrationen von Inka Hagen, www.inkahagen.de

Redaktion: Ulrike Strerath-Bolz

Umschlaggestaltung: Hauptmann & Kompanie Werbeagentur, Zürich

Satz: Satzwerk Huber, Germering

Druck: Alcione, Lavis

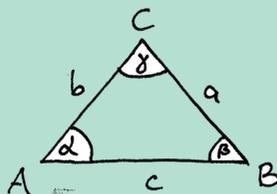
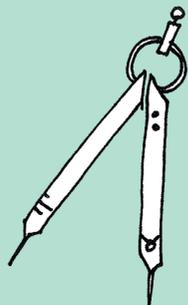
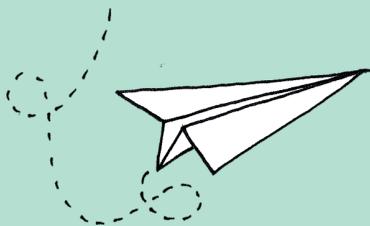
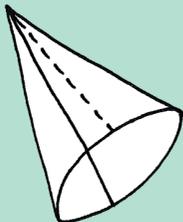
Printed in Italy

ISBN: 978-3-453-60504-6

www.heyne.de

Inhalt

Vorwort – Das Problem	8
Teil 1: Die Lösung – Die Lösung	20
Teil 2: Die Vermittlung – Grundregeln für die Vermittlung	100
Kapitel 0 – Die Vermittlung der grundlegenden Begriffssysteme	107
Kapitel 1 – Zahlen, Zählen und Zahlenverständnis	172
Kapitel 2 – Das Stellenwertsystem	201
Kapitel 3 – Die vier Grundrechenarten	219
Kapitel 4 – Brüche, Dezimalzahlen, Prozent und Promille	280
Kapitel 5 – Maße und die Uhr	313
Kapitel 6 – Geometrie	353
Kapitel 7 – Algebra und Gleichungen	385
Kapitel 8 – Der Lernprozess und mögliche Ursachen für Lernschwierigkeiten	408
Kapitel 9 – Etymologie	415
Nachwort	422
Anhang	424
Quellenverzeichnis	430



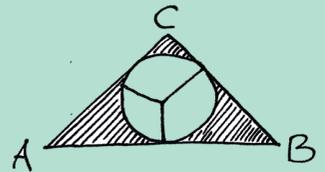
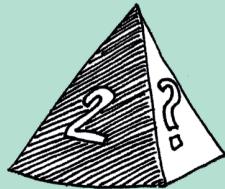
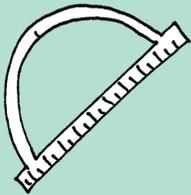
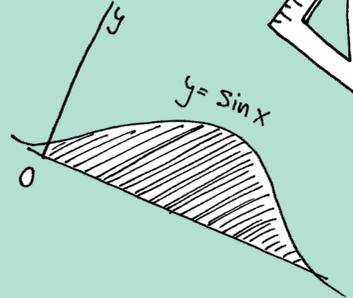
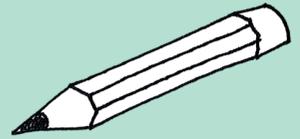
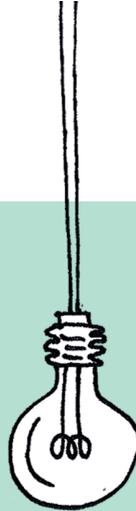
50%



$$c^2 = a^2 + b^2$$



Vorwort



»Das Problem«

Zuschauen zu müssen, wie sich das eigene Kind mit den Mathehausaufgaben abmüht, kann uns zur Verzweiflung treiben. Sie haben sicher schon versucht, so gut es geht, zu helfen, und dabei vielleicht bereits die Hilflosigkeit verspürt, die es mit sich bringt, wenn man einfach nichts erreicht. Unsere Bemühungen, bei den Hausaufgaben zu helfen, führen oft zu dicker Luft, Streit und »Krieg«. Sowohl Sie als auch Ihr Kind haben den Eindruck, das Problem nicht in den Griff zu bekommen. Das Lernen wird zur Qual, und Sie fühlen sich machtlos, weil Sie nichts bewirken können.

Viele Eltern, die zu uns kommen, erzählen die gleiche Geschichte. Ihre Kinder tun sich alle mit den gleichen Aufgaben schwer, oft aus den gleichen Gründen, wenn auch in unterschiedlichem Grad. Sie sind ganz sicher nicht die Einzigen, die frustriert sind, und Sie stehen nicht allein damit da, wenn Sie das Gefühl haben, nichts ausrichten zu können. Viele Schüler haben große Probleme mit Mathematik. Die Zahlen der staatlichen Bildungsbehörde zeigen, dass norwegische Zehntklässler noch nie schlechtere Noten hatten als heute, und in den Medien ist ständig die Rede davon, wie schlecht es um die Mathematikkenntnisse der norwegischen Schüler und sogar der Lehramtsstudenten steht.¹

Dabei ist das völlig unnötig!

Angst vor Mathe zu haben ist unnötig. Sich gegen Mathe zu sträuben ist unnötig. Den Glauben an sich selbst und seine Fähigkeiten zu verlieren ist unnötig.

1 So beendeten 2015 beispielsweise 40 Prozent der Schüler die zehnte Klasse nur mit einer Eins oder einer Zwei im Fach Mathematik – das ist das schwächste Ergebnis aller Zeiten [Anm. d. Übers.: In Norwegen ist 1 die schlechteste Note, 6 die beste]. Die Durchschnittsnote der Abschlussklausur nach der zehnten Klasse lag bei 2,9; damit stand zum ersten Mal eine Zwei vor dem Komma.

Wir glauben, dass alle normalen, gesunden Kinder den Stoff, der bis zur zehnten Klasse im Mathematikunterricht vermittelt wird, lernen und verstehen können. Menschen verfügen nämlich über ein angeborenes Zahlenverständnis. Psychologischen Studien zufolge sind *alle* Säugetiere (einschließlich des Menschen) schon zu einem sehr frühen Zeitpunkt in ihrem Leben in der Lage, Mengen und Anzahlen zu erfassen. Menschen besitzen darüber hinaus eine einzigartige Fähigkeit zu einem weiter reichenden Umgang mit Zahlen und sind imstande, Rechenregeln aufzustellen.

Dennoch gibt es *zu viele Kinder*, die immer wieder erleben, dass sie etwas nicht verstehen, nicht beherrschen und in Tests Fehler über Fehler machen, was zu schlechten Noten und einem angeschlagenen Selbstwertgefühl führt. Zu viele gehen die Schulzeit über und ihr ganzes Leben lang davon aus, Mathe sei »eben nichts für sie«.

Die Zahl derer, die Angst vor Mathe haben und beim Gedanken ans Rechnen Widerwillen empfinden, ist beträchtlich. Das ist nicht sehr verwunderlich, wenn schon der Start schlecht verläuft und sie früh erleben, dass sie im Mathematikunterricht scheitern. Hinzu kommt, dass dürftige Mathekenntnisse in unserer Gesellschaft anscheinend allgemein akzeptiert sind. Viele verstecken sich hinter der Ausrede, sie hätten eben kein Talent dazu: »Ich war immer schon schlecht in Mathe, ich kann es einfach nicht«, heißt es dann zum Beispiel. Gleichzeitig trösten sich viele Eltern mit Aussagen wie: »Ich war damals auch nicht gut in Mathe, habe es aber ja trotzdem zu etwas gebracht.«

Dagegen müssen wir etwas unternehmen.

Denn wenn wir vonseiten der Natur mit den nötigen Fähigkeiten ausgestattet sind, ist es auch möglich, diese anzuwenden – für alle. Anders ausgedrückt: Wenn es eine Lösung *gibt*, ist es möglich, sie zu finden. Wir müssen nur wissen, wie. Und die Anleitung dazu liefert dieses Buch.

Wer sind wir?

»Wir« sind Elin und Anne Lene. Anne Lene gehört zu den Menschen, die in Mathe immer alles verstanden haben; es war ihr Lieblingsfach, und sie fand es immer toll, so lange herumzurechnen, bis sie die richtige Lösung gefunden hatte. Anne Lenes Lehrer korrigierte ihre Mathearbeiten im Klassenzimmer, vor den Augen aller, und die Klassenkameraden jubelten, wenn seine Ergebnisvorlage falsch war und Anne Lene recht hatte. Sie wählte Mathematik als Schwerpunktfach und löste in ihrer Freizeit Rechenaufgaben, wenn ihr langweilig war. Als Erwachsene veröffentlichte sie Bücher mit Denksportaufgaben und eines darüber, wie viel Spaß Mathe macht. Mit anderen Worten: Sie war immer schon ein Mathe-Ass.

Elin hingegen war eine Mathe-Niete. Sie verstand kein Wort, wenn es ums Rechnen ging. Wo Anne Lene interessante Muster entdeckte und wie eine Detektivin der Lösung auf die Spur kam, sah Elin nur Probleme. Bei ihr war eine Lese-Rechtschreib-Schwäche diagnostiziert worden, und sie lernte erst als Erwachsene, mit knapp vierzig Jahren, zu rechnen. Da fand sie dann heraus, was der Grund dafür war, dass sie zuvor nichts verstanden hatte. Heute arbeitet sie als Sonderpädagogin und hilft Kindern, Jugendlichen und auch Erwachsenen dabei, Rechnen (und vieles andere) zu lernen.

Wie haben zwei so unterschiedliche Menschen zusammengefunden, um ein Buch darüber zu schreiben, wie man Schwierigkeiten im Fach Mathematik in den Griff bekommt? Den Ausschlag gab Anne Lenes Kolumne im Wochenendmagazin der norwegischen Tageszeitung *Dagbladet*, wo sie regelmäßig Denksportaufgaben veröffentlichte. Elin las diese Texte, und eines Tages rief sie Anne Lene an und bat sie um ein Treffen.

Denn Elin hatte erkannt, dass die Eigenschaften und Fähigkeiten, die Anne Lene dazu benutzte, Denksportaufgaben zu lösen und zu stellen, die gleichen waren, die sie selbst ihren Schülern mit Lernschwierigkeiten vermittelte.

Woher stammen diese Fähigkeiten? Eine naheliegende Überlegung mag sein, dass sie ganz automatisch da sind. Aber das stimmt nicht. Man muss sie irgendwann *erlernen*. Bei Anne Lene geschah das sehr früh, zum einen, weil sie ein Talent dafür hatte, zum anderen aber auch, weil sie ihr jemand *vermittelte*. Elin hatte nicht so viel Glück, und damit steht sie nicht allein da. Das heißt: Alle, denen es an Vorkenntnissen mangelt, haben eigentlich nichts falsch gemacht. Sie sind nicht dumm, man hat ihnen nur nicht die grundlegenden Fähigkeiten beigebracht, die nötig sind, um Mathe zu verstehen.

Und wer sind Sie?

Da Sie das hier lesen, ist es ziemlich wahrscheinlich, dass Sie jemandem helfen wollen. Vielleicht sind Sie ein Elternteil eines Kindes, das Probleme in Mathe hat und in der Schule nicht gut mitkommt, oder Sie wollen, dass Ihr Kind früh eine gute Grundlage für den späteren Mathematikunterricht erhält. Oder Sie arbeiten in einer Schule oder einem Kindergarten, als Privat- oder Nachhilfelehrkraft oder sind einfach daran interessiert, wie man anderen dabei helfen kann, Matheprobleme zu überwinden.

Wahrscheinlich gehören Sie einer von zwei Gruppen an: Entweder sind Sie ziemlich gut in Mathe und tun sich leicht damit, oder Sie hatten selbst immer Probleme mit dem Fach.

So oder so kann Ihr Hintergrund zu Problemen führen, wenn Sie Ihrem Kind helfen wollen:

Wenn Sie selbst im Matheunterricht immer alles verstanden haben, ist es nicht leicht nachzuvollziehen, was andere nicht verstehen. Wenn Sie etwas erklären, klingt das vielleicht so: »Jetzt wollen wir addieren, das heißt zusammenrechnen, und das geht so: Das plus das gleich das.« Sie selbst finden das ganz einfach, aber Ihr Kind versteht nichts, und Sie verstehen nicht, warum das Kind nichts versteht.

Wenn Sie sich mit Mathe schwertun, ist Ihr Problem ein anderes: Dann ist Ihnen vielleicht klar, was Ihr Kind da nicht versteht, aber Sie wissen nicht, warum das so ist. Außerdem sind Sie sich selbst nicht ganz sicher, was den Stoff angeht, und finden es schwierig, ihn zu erklären. So manch einer von Ihnen hat sich möglicherweise schon mal sagen hören: »Mathe liegt unserer Familie eben einfach nicht.«

Egal, in welchem dieser beiden Typen Sie sich wiedererkennen, wir können nachvollziehen, wie es Ihnen geht. Die gute Nachricht ist, dass wir wissen, was sich dagegen tun lässt! Mit dieser Problemstellung haben wir häufig zu tun, und wir helfen täglich Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen, damit umzugehen.

Das Ziel dieses Buches

In diesem Buch wollen wir Ihnen als Elternteil oder Pädagogen Folgendes vermitteln:

1. Ein Verständnis dafür, warum manche (viele!) Schüler sich mit Mathematik so schwertun.
2. Ein Werkzeug, um einen wichtigen Teil der Ursachen in den Griff zu bekommen.
3. Und Hinweise, wie Sie bestimmte mathematische Grundlagen vermitteln können.

In welcher Situation Sie sich auch befinden – ob Sie selbst gut oder weniger gut in Mathe sind, ob Sie ein Kind haben, dem es bald bevorsteht, rechnen zu lernen, ein Kind, das schon zur Schule geht und sich dort durch den Mathematikunterricht quält, oder ob Sie sich Ihren eigenen frustrierenden Erfahrungen mit dem Thema Mathe stellen wollen –, Sie alle können die in diesem Buch beschriebene Vorgehensweise anwenden.

Unserer Erfahrung nach verlieren die Schüler, die Probleme mit Mathematik haben, im Verlauf der ersten vier Schuljahre den Anschluss. Dieses Buch soll dafür sorgen, dass das erst gar nicht passiert, oder sie wieder zurück auf den richtigen Weg führen.

Sie müssen kein Pädagoge sein, um helfen zu können

Die meisten Eltern sind keine ausgebildeten Pädagogen und haben auch keine Zeit dafür, eine langjährige Ausbildung zu absolvieren. Das sollen Sie auch gar nicht. Basierend auf unseren sehr unterschiedlichen Erfahrungen und unserem privaten und beruflichen Hintergrund haben wir hier gemeinsam ein Konzept erstellt, das Sie als Elternteil, Lehrkraft oder anderweitig Helfender bei allen Kindern und Jugendlichen, die sich mit Mathe schwertun, anwenden können.

Unser Modell sorgt dafür, dass Sie Ihren Schülern die notwendigen Vorkenntnisse vermitteln und ihnen dabei helfen, das Fundament zu stärken, auf das die Mathematik aufbaut. Auf diese Weise ermöglichen Sie den Schülern, ihre Probleme selbst in den Griff zu bekommen. Dann haben sie mehr Freude am Lernen und üben ihre Fähigkeiten gern eigenständig. Es macht Spaß, sich mit etwas zu beschäftigen, was man kann und in dem man immer besser wird!

Nachdem wir Ihnen gezeigt haben, wie Sie Ihrem Kind eine gute Grundlage vermitteln, nehmen wir uns die wichtigsten Themenbereiche aus dem Mathematikunterricht der Grund- und Mittelstufe vor. Das ist Stoff, den jeder verstehen kann, wenn er über die richtigen Grundlagen verfügt.

Dabei gehen wir nicht auf alle Themen ein – damit befassen sich andere Bücher –, sondern haben die Bereiche herausgegriffen, die Schülern, die den Anschluss zu verlieren drohen, nach unserem Eindruck die größten Probleme bereiten.

Auf eines möchten wir Sie noch hinweisen: Hat ein Kind oft zu hören bekommen, dass es etwas nicht kann, dann sitzt diese Überzeugung meist ziemlich tief.

Und sie kann dazu beitragen, dass das Lernen noch schwieriger wird, und das Kind glauben lassen, das Ganze sei sein Fehler. Es sei eben eine »Mathe-Niete«.

Mathe-Niete und Mathe-Ass



Ein großer und wichtiger Unterschied zwischen Elin und Anne Lene war ihre Einstellung in Bezug auf die Frage, warum sie etwas nicht verstanden: Während Elin glaubte, mit ihr stimme irgendetwas nicht und sie sei dumm (weil sie schon so oft an Aufgaben gescheitert war), ging Anne Lene bei Matheaufgaben, die sie nicht lösen konnte, oder anderen Arbeitsaufträgen, die sie nicht verstand, nicht davon aus, dass sie zu blöd sei, sondern davon, dass es ihr niemand ausreichend erklärt habe!

Gut zu wissen



Und was ist mit der Schule?

Natürlich ist es eigentlich Aufgabe der Schule, Kindern das Rechnen beizubringen. Aber das ist in der Praxis nicht immer ganz einfach. Wenn die Schulen das schaffen würden, gäbe es ja schließlich keine Schüler mit schlechten Mathenoten. Nun finden sich sicher viele Gründe dafür, dass es den Schulen nicht gelingt, allen Kindern grundlegende Kenntnisse in Mathematik zu vermitteln. Oft sind die Klassen sehr groß, und das macht es den Lehrern schwerer, auf jedes Kind einzugehen. Außer-

dem ist es nicht gesichert, dass alle Lehrer die nötige Kompetenz und Ausdauer besitzen, jedem einzelnen Schüler optimal gerecht zu werden, oder genügend Zeit haben, um ihrem Auftrag nachzukommen. Und auch für Lehrer ist es garantiert frustrierend, wenn es ihnen nicht gelingt, Schülern zu helfen.

Was wissen wir denn nun, was Lehrer und andere Fachexperten nicht wissen, wenn sie es nicht schaffen, die Probleme ihrer Schüler zu bewältigen? Viele Pädagogen verfügen sicher über die nötigen Kenntnisse, haben aber keine Gelegenheit, sie anzuwenden. Doch noch wichtiger ist wohl: Wir glauben, dass viele von ihnen nicht ahnen, was die Schwierigkeiten verursacht oder wie »tief« wir auf der Verständnisebene vordringen müssen, um sie auszuräumen. Außerdem haben die meisten weder die nötige Ausbildung noch die Erfahrung, um die Ursachen für derartige Lernschwierigkeiten zu beheben. *Wir aber schon.* Und darüber hinaus wissen wir, welch ein großer Teil dieser Aufgabe zu Hause erledigt werden kann, im Alltag und von ganz normalen Eltern – wie Ihnen.

Was können Sie also tun?

Vielleicht haben Sie schon versucht, Ihrem Kind bei den Mathehausaufgaben zu helfen, aber nicht viel erreicht. Vielleicht sind die Mathehausaufgaben dadurch zu einem schwierigen und zermürbenden Kampf geworden, was die Stimmung eher noch verschlechtert hat. Dann ist es nicht verwunderlich, dass sowohl Sie als auch Ihr Kind frustriert sind und möglicherweise aufgegeben haben.

Aber vertrauen Sie darauf, dass Sie es können: Als Elternteil sind Sie in den ersten Jahren der erste und vielleicht wichtigste Lehrer Ihres Kindes. Sie haben ihm bereits eine ganze Menge beigebracht. *Sie sind der Elternpädagoge.* Sie brauchen nur ein Rezept, wie Sie vorgehen müssen. Das sollen Sie in diesem Buch erhalten, wir werden Sie Schritt für Schritt hindurchführen.

Furcht einflößend?

Nein, ganz einfach! Und wenig ist besser als nichts

Sie können eigentlich nichts falsch machen. Da Sie sich dieses Buch zugelegt haben, wollen Sie Ihrem Kind doch helfen. Und da ist es nur gut, wenn Sie ein Rezept haben, an das Sie sich halten können! Das Ergebnis muss ja gar nicht perfekt sein, wenig ist besser als nichts. Das Einzige, worauf Sie wirklich achten sollten, ist der Leistungsstand, auf dem sich Ihr Kind befindet, damit Sie es nicht überfordern oder zu schnell vorgehen. Wir zeigen Ihnen, wie Sie das herausfinden, und erinnern Sie zwischendurch immer wieder daran. Es ist nämlich sehr wichtig, dass das Kind positive Erfahrungen macht.

Worüber Sie sich keine Gedanken machen müssen, ist die Frage, ob Ihre eigenen Mathematikkenntnisse ausreichen. Wir fangen nämlich gar nicht mit den mathematischen Themen an. Es hilft ja nichts, immer und immer wieder dasselbe zu erklären, wenn derjenige, dem man es erklärt, es einfach nicht versteht. Und wenn das Kind es nicht versteht, ist das nicht sein Fehler; es hat dann einfach noch nicht genügend Vorkenntnisse vermittelt bekommen.

Wir beginnen daher zunächst einmal mit dem, was man lernen muss, *bevor* man zur Mathematik übergehen kann. Und das ist extrem wichtig: Wer große Probleme in Mathe hat, hat mit hoher Wahrscheinlichkeit noch nicht das gelernt, was man wissen und verstehen muss, um sich überhaupt mit Mathematik befassen zu können. »Irgendetwas« hatte sich bereits in Anne Lenes Kopf geschlichen, als sie noch klein war, und es ihr so viel leichter gemacht, Mathe zu lernen, als Elin. Grundlegende Strukturen wirken sehr befreiend. Wir zeigen Ihnen, wie Sie diese

Strukturen vermitteln (oder auch sich selbst beibringen) können. Erst wenn das geschehen ist, wenden wir uns der eigentlichen Mathematik zu.

Viel Glück – und viel Spaß!

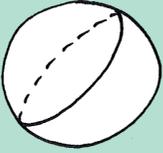
Viele Grüße

Elin und Anne Lene
(Mathe-Niete und Mathe-Ass)

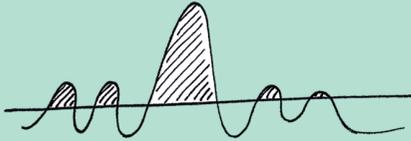
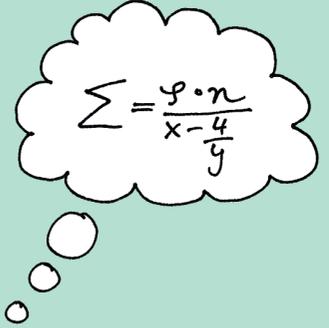
So finden Sie uns

Hjernefabrikken («Gehirnfabrik») lautet der Name von Anne Lenes Unternehmen, in dem sich alles um die Vermittlung von Lerntechniken und Gehirntraining dreht. Über die Hjernefabrikken organisiert sie Kurse und Seminare für Eltern, Lehrer und andere Interessierte, unter anderem zusammen mit Elin. Siehe auch www.thebrainfactory.no.

Elin ist als Sonderpädagogin und Privatlehrerin im *Senter for Bedre Læring* (Zentrum für besseres Lernen) tätig. Hier hilft man Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen, die unter Lern- und Konzentrationseinschränkungen wie einer Lese-Rechtschreib-Schwäche, Dyskalkulie, ADHS, ADS, Sprachförderbedarf, motorischem Förderbedarf, sozialem und/oder emotionalem Förderbedarf und anderen Problemen in der Schule leiden. Siehe auch www.senterbl.no.



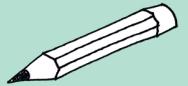
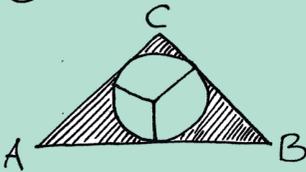
6

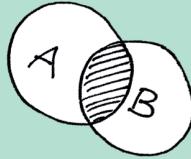


$$c^2 = a^2 + b^2$$



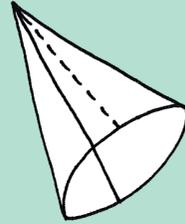
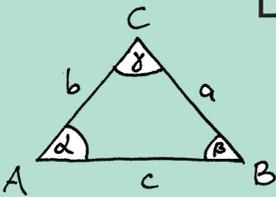
50%



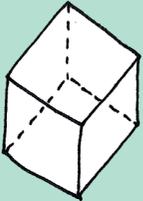


Teil 1

Die Lösung



Lehren wir die jungen Leute doch, wie sie denken sollen,
nicht, was sie denken sollen.



$$1 + 7 = 2$$

Sidney Sugarman



Die Lösung

Die Lösung

»Hallo, Elin und Anne Lene, mein Papa hat gesagt, ihr könntet mir dabei helfen, Bruchrechnung zu verstehen. Er meint, ihr grabt aus, was der Grund dafür ist, dass ich im Unterricht nicht so ganz mitkomme, und räumt dann so auf, dass ich danach leichter verstehen kann, wie das mit den Brüchen und den Dezimalzahlen funktioniert. Könnt ihr mir helfen?«

Mit diesen Sätzen hebt Andrea, zwölf Jahre alt, genau das hervor, was dafür sorgt, dass sich so viele Schüler mit Mathe schwertun: Wenn sie etwas nicht verstehen, liegt es daran, dass sie etwas nicht gelernt haben, was den Mathematikkenntnissen vorausgeht.

Andrea besuchte die siebte Klasse, und obwohl sie bisher in allen Fächern gut zurechtgekommen war, wurde sie in Mathe nun plötzlich abgehängt. Das kommt sehr häufig vor: Ein beträchtlicher Teil der Schüler merkt genau wie Andrea an irgendeinem Punkt der Schulzeit, dass es ein oder zwei spezielle Themenbereiche gibt, mit denen sie sich schwerer tun als mit anderen. Manchmal treten die Probleme auch schon früher oder in größerem Ausmaß auf. Nicht wenige Kinder erleben schon ab der ersten Klasse, dass sie vieles nicht verstehen, und haben mit zahlreichen – oder allen – Themen im Matheunterricht Schwierigkeiten. Ihnen allen ist gemeinsam, dass ihr Selbstbewusstsein und ihre Noten viel stärker leiden als notwendig.

Aber dagegen können wir etwas tun! Sie als Eltern brauchen dafür nicht einmal sonderlich ausgeprägte Mathematikkenntnisse. Wir beginnen mit dem, was vor der Mathematik liegt. Und das läuft so:

Mathematik ist ein typisches »Aufbaufach«. Alles, was wir in Mathe lernen, setzt ein gutes Verständnis und bestimmte Fähigkeiten in Bezug auf das Fundament

voraus, auf dem die Mathematik aufbaut. Wenn dieses Fundament Löcher aufweist, wird es irgendwann schwierig, dem Unterricht zu folgen. Das ist wie beim Hausbau: Um ein stabiles Haus zu errichten, das Wind und Wetter widersteht, mit mehreren Stockwerken, einem Dachboden, einem Dach, Balkonen und einem Schornstein, braucht man solide Grundmauern. Ansonsten ist es nur eine Frage der Zeit, bis das Haus zusammenbricht.

Und das gilt nicht nur für das Fach Mathematik: *Alles*, was Schüler lernen, verlangt eine solche Grundlage. Doch *woraus* sie genau besteht, ist vielen ein Rätsel.

Es ist leicht zu verstehen, dass es Dinge gibt, die wir gelernt haben müssen, bevor wir uns beispielsweise mit Dezimalzahlen, Brüchen, Algebra, Funktionen oder Ähnlichem beschäftigen können. Wir ahnen ganz zutreffend, dass man dafür ziemlich sicher im Umgang mit grundlegenden Rechenarten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division sein muss, die wiederum von der Fähigkeit abhängen, zählen zu können. Und von unserem Zahlenverständnis.

Doch es gibt auch eine Reihe von Fertigkeiten, die wir beherrschen müssen, bevor wir das Zählen oder die einfachsten Rechenarten lernen können. Selbst die allergrundlegendsten Dinge, die in Mathematik vermittelt werden, bauen auf anderen Dingen auf, die wir vorab lernen müssen.

Das Aufräumen

Es reicht nicht aus, zählen zu können. Wir müssen uns »tiefer« damit befassen, wie wir die Bedeutung von Zahlen erfassen und verstehen. Wir müssen unter anderem begreifen, für welche Anzahl die unterschiedlichen Zahlsymbole stehen, wie viel »1« oder »5« tatsächlich sind. Wir müssen uns also den Zusammenhang zwischen den Zahlen und der Anzahl erschließen. Und das ist nur einer von vielen Zusammenhängen, die uns klar sein müssen, um die Welt der Zahlen zu verstehen.

Diese Einblicke zu erlangen kann etwas dauern, aber es ist überaus wichtig. Fehlen sie, kann das Erkennen von Zusammenhängen in der Mathematik zu einem immer größeren Problem werden. Wenn man eine Chance haben will, in Mathe etwas Neues zu lernen und zu verstehen, muss man die Grundlagen sicher beherrschen.

Wie bitte?, denken Sie jetzt vielleicht. Das ist doch ganz selbstverständlich! Natürlich sagt die Zahl 5 aus, dass man es mit fünf gezählten Gegenständen zu tun hat! Und das soll etwas sein, was Kinder nicht verstehen?

Wenn Sie so denken, befinden Sie sich in guter Gesellschaft: Viele Menschen – darunter auch zahlreiche Lehrer – halten das für Wissen, das wir ganz von selbst erlangen. Zumindest rechnen viele Menschen – vielleicht insbesondere Lehrer – damit, dass diese Grundmauer bereits steht, wenn ein Kind in die Schule kommt. Aber das stimmt nicht immer. Genauso wie die anderen Stockwerke des »Hauses« muss auch die Grundmauer erst gebaut werden. (Im Lauf des Buches werden Sie noch weitere Beispiele für solche Lücken kennenlernen – denn davon gibt es viele!)

Und ohne die Vorkenntnisse, die man braucht, um das Rechnen zu lernen, kann jeder Schüler die Lust am Matheunterricht verlieren.

Wir halten es daher für absolut logisch, so vorzugehen, wie Andrea es angedeutet hat: Wenn es etwas gibt, was wir nicht verstehen, müssen wir den Grund dafür herausfinden. Und dann »aufräumen«.

Egal, wie schwer das Lernen dem Kind fällt oder wann genau es den Anschluss verliert, die Lösung ist immer: Wir müssen die Löcher in der Grundmauer füllen, damit es in der Lage ist, eigenständig weiterzubauen.

Entscheidend ist also, herauszufinden, wie weit wir zurückgehen müssen, um die Schwachstelle im Fundament ausfindig zu machen.



Fakten

Schlechte Leistungen im Fach Mathe sind ein internationales Phänomen: Man geht davon aus, dass in den USA und anderen Ländern ein Viertel der Erwachsenen so starke Zahlen-»Analphabeten« sind, dass es ihr Alltagsleben beeinträchtigt, etwa in Bezug auf medizinische Entscheidungen, das Befolgen von Anweisungen, die privaten Finanzen oder bei der Arbeit.



Gut zu wissen

Finden Sie heraus, was das Problem ist!

Ein Vater in unserem Netzwerk, der beruflich Seminare für Führungskräfte leitet, erzählte uns, dass unsere Arbeitsweise mit den Schülern ziemlich genau der Art entspricht, wie er mit den Führungskräften und Organisationen umgeht: Wenn er den Leuten beibringen will, bessere Entscheidungen zu treffen, lehrt er sie, zunächst herauszufinden, wo der Fehler liegt.

»Will man ein Problem lösen, muss man zum Fundament vordringen und dort ansetzen«, sagt er. »Wir können nicht einfach über das Fundament hinwegsehen! Dann geht die Sache schief, und das Ergebnis stimmt nicht, weil man sich mit dem falschen Problem befasst oder das Problem gar nicht erst findet.«

Dabei sei es gar nicht so leicht, das richtige Problem auszumachen, sagt er. Denn wir ziehen alle immer sehr rasch unsere Schlüsse und glauben, wir hätten die Antwort gefunden. Ausgehend von dieser irrigen Erkenntnis versuchen wir dann, das »falsche« Problem zu lösen.

Ein Beispiel dafür aus der Welt der Mathematik: Wenn Ihr Kind Schwierigkeiten mit Algebra hat, versuchen Sie, das Problem zu lösen, indem Sie ihm erklären, was Sie über Algebra wissen. Doch wie gut das ausgeht, ist fraglich, weil nicht gesichert ist, dass das Problem in der »Algebra-Etage« angesiedelt ist. Es könnte auch in einem Stockwerk darunter liegen oder sogar im Fundament.

Dieser Vater sagt, er sei froh darüber, dass es irgendwo ein solches Fundament – eine Grundmauer – gebe, und dazu noch eine Anleitung, wie man von dort aus zu bauen hat. Deshalb gefällt ihm unser »Rezept« für den Bereich Mathematik – erst wird das Problem ausfindig gemacht und dann von dort aus weitergearbeitet.

Es hilft nichts, einfach noch einmal zu erklären, wie es geht

Was genau die Schüler können müssen, bevor sie Mathematik verstehen, ist nicht so leicht auszumachen.

Und das ist in unseren Augen ein Grund dafür, warum so viele Kinder Probleme mit dem Schulfach Mathematik haben, trotz der ganzen Nachhilfe, der verbesserten Lehrerbildung und vieler weiterer Maßnahmen: Die wenigsten verstehen, wie weit wir im Verständnisprozess zurückgehen müssen, um die Probleme auszuräumen.

Ein Beispiel: Wenn ein Schüler sich mit Mathematik schwertut, ist es naheliegend, ihm zu erklären, wie man etwas ausrechnet. Wenn Sie jemandem dabei helfen wollen, Bruchrechnung zu verstehen, was erscheint Ihnen da total logisch und einleuchtend? Genau da anzusetzen – und die Bruchrechnung zu erklären.

Aber ob das hilft, ist ungewiss – Andrea war beispielsweise schon mehrfach dargelegt worden, wie Bruchrechnung funktioniert, aber sie verstand es trotzdem nicht. Das hieß aber nun nicht, dass Andreas Gehirn nicht in der Lage war, Bruchrechnung zu begreifen. Es bedeutete, dass ihrem Gehirn bestimmte Grundlagen fehlten, die vorhanden sein müssen, *bevor* man Bruchrechnung lernen kann.

In unseren Anleitungen im Rest des Buches weisen wir Sie explizit darauf hin, welche Grundlagen vorhanden sein müssen, um sich mit den verschiedenen Mathethemen auseinanderzusetzen – das heißt, welche Löcher in den Grundmauern dazu führen können, dass man sich mit den »Stockwerken« darüber schwertut. Wir zeigen Ihnen, wie sich diese Löcher stopfen lassen. Denn das ist etwas, was alle Eltern leicht erlernen können.

Doch zunächst einmal soll es darum gehen, woraus diese Grundmauern bestehen.

Fakten

Wie wir unsere eigenen Fähigkeiten einschätzen, ist wichtig

Wir Menschen kennen (mindestens) zwei verschiedene Möglichkeiten, mit Herausforderungen umzugehen. Die eine nennt sich »kognitive Neubewertung« und bedeutet, dass wir eine Stress auslösende oder unbekannte Situation eher als Herausforderung und Chance verste-



hen denn als Bedrohung oder Gefahr. Die zweite, die »versöhnliche Erzählung«, beinhaltet, dass wir uns (oder anderen) eine Geschichte darüber erzählen, wie wir sind oder was wir können. Eine Geschichte, die erklärt, warum wir in dieser unbekanntem Situation möglicherweise scheitern. Übertragen auf den Bereich der Mathematik können wir uns das so vorstellen: Entweder begegnen wir Aufgaben mit dem Gedanken: »Das ist eine spannende Herausforderung, mit der ich mich jetzt auseinandersetzen werde«, oder wir erklären uns selbst: »Nein, ich bin ja dumm und kann kein Mathe, deshalb schaffe ich das nicht.«

Bestandteile des Fundaments

Damit das Gehirn bereit ist, Informationen zu mathematischen Themen aufzunehmen, muss also bereits »etwas« vorhanden sein. Um Rechnen lernen zu können, müssen wir eine Reihe von Dingen sicher beherrschen, nämlich:

- Eigenschaften wiederzuerkennen
- Dinge nach bestimmten Eigenschaften zu sortieren und zu unterscheiden
- im Einzelfall das Wichtige herauszufiltern (das heißt zu *abstrahieren*)
- das Ganze zusammensetzen
- uns zu erinnern, was unsere Aufgabe war und warum
- die richtigen Schlussfolgerungen zu ziehen und
- die gewonnenen Fähigkeiten immer und immer wieder auch auf neue (Mathe-)Aufgaben anzuwenden

Das heißt: *Wir müssen gelernt haben, zu denken!*

Wenn wir uns in einer Situation befinden, in der wir Informationen aufnehmen oder ein Problem (zum Beispiel eine Matheaufgabe) lösen müssen, ist es notwendig, dass wir gedanklich einen Lösungsweg finden. Wir müssen in der Lage sein, Informationen aus dem Langzeitgedächtnis ins Kurzzeitgedächtnis zu holen, damit wir mit ihnen arbeiten können. Dabei müssen wir zunächst das »Problem« erkennen und darauf vertrauen, dass wir die richtige Vorgehensweise zur Lösung der Aufgabe herausgreifen. Da ist es ein großer Vorteil, wenn man im Kopf über einen guten Werkzeugkasten mit einer großen Auswahl an Strategien verfügt, sodass man weiß, welche im konkreten Fall die richtige ist.

Das heißt: *Wir müssen analysieren können!*

Und was bedeutet das?

Beim Analysieren halten wir Ausschau nach Übereinstimmungen und Unterschieden.

Und greifen dabei auf bestimmte Begriffe zurück.

Damit ist gemeint: Wenn Ihr Auftrag lautet, etwas zu identifizieren und zu beschreiben, wenn Sie Informationen sortieren und ermitteln sollen, was los ist, greifen Sie auf bestimmte Wörter zurück, die für beschreibende Begriffe stehen.

Beispiel:

Auf dem Tisch vor Ihnen stehen eine Kaffeetasse und eine Blumenvase. Sie sollen diese beiden Gegenstände nun beschreiben, dürfen dabei aber nicht die Wörter »Kaffeetasse« und »Blumenvase« benutzen. Also müssen Sie eine Auswahl an Begriffen verwenden, die zur Beschreibung hilfreich sind.

Sie übermitteln, um was für Gegenstände es sich handelt, indem Sie zum Beispiel erzählen, was die beiden verbindet (dass sie auf den Tisch passen, dass sie eine runde Form haben, vielleicht auch, dass

sie gleich groß sind) und was sie unterscheidet (die Funktion, das Material oder die Farbe). Damit analysieren und kategorisieren Sie die Gegenstände.

Wir greifen *ständig* auf solche Begriffe zurück, um Informationen zu identifizieren und zu sortieren, wenn auch zumeist unbewusst.

Um zu lernen, wie man denkt, analysiert und Schlussfolgerungen zieht, brauchen wir mit anderen Worten also gute Begriffssysteme. Mit deren Hilfe sind wir in der Lage, Dinge auseinanderzuhalten, sie zusammenzubringen und die zur Verfügung stehenden Informationen richtig anzuwenden.

Gut zu wissen



Was bedeutet eigentlich »analysieren«?

Wir sagen oft, wir würden etwas »analysieren«. Aber was bedeutet das Wort eigentlich? Viele verbinden damit große, komplizierte Prozesse wie Marktanalysen, Datenanalysen oder andere Dinge aus dem Leben der Erwachsenen. In der Schule kommt die Analyse in Form der Gedichtanalyse und anderer mehr oder weniger vergnüglichen Ausprägungen vor, und viele Menschen glauben: »Analysieren, nein, das ist nichts für mich.«

Dabei ist das Analysieren ein viel alltäglicherer Vorgang, als Sie vielleicht glauben. Wir analysieren immerzu – sogar ohne uns dessen bewusst zu sein.

Unterschiedliche Begriffe

Wörter stehen symbolisch für Begriffe. Ein Begriff ist ein klassifiziertes Phänomen.

Solveig und Magnus Nyborg vom Pädagogischen Institut Nyborg erklären das so: »Wir haben den Begriff ›Hund‹ erst erlernt, wenn wir mindestens zwei, besser noch eine große Anzahl von Hunden gesehen und verstanden haben, was sie gemeinsam haben. Erst ab diesem Zeitpunkt können wir immer mehr Tiere sicher als Hunde erkennen. Unser Wissen über das Phänomen Hund ist begrifflich sortiertes Wissen.«

Mit anderen Worten: Jedes Mal, wenn wir einen Hund sehen oder hören, sind wir uns ganz sicher, dass es ein Hund ist, weil wir in unserem Kopf einen Ordner für alle Hunde angelegt haben und wissen, was dazu führt, dass man all diese vierbeinigen Fellknäuel (und auch einige haarlose Exemplare) als Hunde bezeichnet.

Die meisten von Ihnen kennen sicher Fachbegriffe, bestimmte Ausdrücke, die in spezifischen Bereichen verwendet werden. Ein Fachbegriff aus dem Bereich der Sprachwissenschaft ist zum Beispiel das Wort »Konsonant«.

Doch zuallererst kommen:

Die grundlegenden Begriffe – Wörter, die erläutern, was wir in unserer Umgebung wahrnehmen. Wenn wir die Eigenschaften eines Gegenstands vermitteln wollen, greifen wir dafür auf grundlegende Begriffe zurück. Versuchen Sie mal, jemandem eine Apfelsine zu beschreiben, der noch nie in seinem Leben eine Apfelsine gesehen hat. Da werden Sie unter anderem auf Begriffe wie *Form* (rund), *Farbe* (orange), *Oberfläche* (uneben), *Geschmack* (süß) und *Funktion* (zum Essen) zurückgreifen.

Wenn wir etwas Neues lernen sollen, brauchen wir grundlegende Begriffe, die uns die Eigenschaften dessen vermitteln, was wir rund um uns herum erleben.

Der Pädagoge Magne Nyborg hat dreiundzwanzig solche Begriffe definiert. Auf sie gehen wir im Kapitel über die Begriffsvermittlung im Detail ein, nennen sie aber auch schon hier einmal:

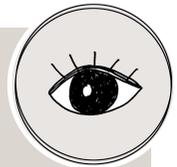
Farbe, Form (Linie/Fläche/Körper), Ausrichtung (waagrecht/senkrecht/schräg), Größe, Platz, Anzahl, Muster, Richtung, Funktion (Verwendung), Stoff (Art/Eigenschaften), lebendig/nicht lebendig, Geräusch, Oberfläche, Temperatur, Geschmack, Geruch, Zeit, Veränderung, Geschwindigkeit, Gewicht, Kraft (Schwerkraft etc.), Wert und Geschlecht

Solche grundlegenden Begriffe bilden die Basis für quasi alle Analysen und Lernprozesse im Verlauf des gesamten Lebens.

Wenn wir sie sicher anwenden können, um die Welt zu beschreiben, verfügen wir über das nötige Werkzeug, um zu denken und zu analysieren. Wir eignen uns diese Begriffe zunächst einmal intuitiv an, können aber ein Bewusstsein dafür entwickeln und sie gezielt einsetzen, wenn wir systematisch mit ihnen vertraut gemacht werden, lernen, sie beim Namen zu nennen, und verstehen, wie wichtig sie sind, wenn man die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Gegenständen und Dingen ermitteln will.

Wichtig

Eines haben alle Schüler, die Elin betreut, gemeinsam: Sie können *nicht* sicher mit diesen grundlegenden Begriffen umgehen.



Zusätzlich zu den grundlegenden Begriffen benötigen wir Begriffe, die zu den Fächern oder Themen gehören, um die es geht. Erst wenn dieses Wissen sitzt, können wir analytisch und kreativ denken und Lösungen finden. Doch die Vor-

gehensweise ist bei jeder Analyse gleich, egal, ob wir grundlegende, konkrete oder abstrakte Begriffe gebrauchen. Wenn man zu Hause oder im Kindergarten lernt, Analysen anhand der grundlegenden Begriffe durchzuführen, kann sich das später sehr positiv auswirken, da der Prozess im Kopf der gleiche ist wie beim Anwenden von Fachbegriffen.

Warum sind Begriffe so wichtig?

Begriffe schaffen Ordnung.

Die Informationen in unserer Umgebung sortieren und verstehen zu können, ist für uns Menschen maßgeblich. So schaffen wir Ordnung und erzeugen ein Gefühl der Sicherheit, was uns erlaubt, flexibel und frei zu sein – innerhalb des Rahmens, den wir durch die Ordnung erschaffen haben.

Begriffe bilden die Grundlage jedes Lernprozesses.

Ein gut organisiertes Zentralnervensystem ist entscheidend für den Lernerfolg. Und diese Organisation läuft mithilfe von Begriffen ab. Das gilt ganz allgemein, aber insbesondere für die Mathematik. Können wir die Dinge nicht ordnen, weil unser Begriffsverständnis nicht ausreicht, dann bricht Chaos aus. Wir schaffen es nicht, die Informationen, die unsere Umgebung liefert, effektiv zu verarbeiten, und müssen oft raten, was richtig ist. (Stellen Sie sich vor, Sie müssten bei jeder Mathearbeit, über der Sie sitzen, raten, wie die Ergebnisse lauten!) Das ist überaus anstrengend.

Begriffe erleichtern es uns, uns zu erinnern und zu analysieren.

Ein gutes Begriffssystem funktioniert wie ein gutes Ablagesystem, in das man Informationen einsortieren kann. Es macht es leichter, Informationen wiederzufinden, sie hervorzuholen, wenn man sie braucht, und Zusammenhänge zwischen ihnen zu erkennen.

Elin sagt gern, dass es darum ginge, die Festplatte im Kopf aufgeräumt zu halten: Hat man massenweise einzelne Dokumente auf dem Computer herumfliegen, ist es sehr schwer, etwas wiederzufinden oder sich daran zu erinnern, wo es sich befindet. Legt man jedoch übersichtliche Ordner an, ist es viel leichter, den Überblick zu behalten und auf die nötigen Informationen zuzugreifen.

Wenn wir über die passenden Werkzeuge verfügen, um Analysen durchzuführen, erinnern wir uns auch besser, was uns wiederum die Freiheit verschafft, flexibler zu sein und uns nicht ständig durch den Gedanken, wir müssten alles Mögliche unter Kontrolle halten, unter Druck zu setzen.

Mathe-Niete und Mathe-Ass

Die Mathe-Niete

Elin verfügte nicht über die mentale Ausrüstung, um anhand der Begriffe Analysen durchzuführen, und schaffte es daher nicht, Informationen zu Gruppen zusammenzufassen oder Kategorien zuzuordnen. Es gelang ihr beispielsweise nicht, verschiedene dreieckige Gegenstände gedanklich in eine Kiste zu packen (in die »Dreieckskiste«); stattdessen versuchte sie, sich an jeden einzelnen Namen zu erinnern. Damit sorgte sie für eine Überlastung im Gehirn. Es ist leichter, Dinge zu analysieren und sich an sie zu erinnern, wenn wir sie in Gruppen einteilen.





Fakten

Ob Kinder die grundlegenden Begriffe schon vor dem ersten Schultag beherrschen, hat große Auswirkungen darauf, wie sie mit neuem Wissen umgehen und sich in allen Fächern entwickeln. Eltern sollten im Hinterkopf behalten, dass sie die wichtigsten Lehrer ihrer Kinder sind und dass das, was zu Hause vermittelt wird, die Grundlage für das weitere Lernen bildet.

Anne Lie, Lehrerin in Manstad

Was passiert, wenn uns Begriffe fehlen?

Wenn ein Schüler nicht genügend Begriffe kennt, fällt es ihm schwerer, dem zu folgen, was die Lehrkraft erklärt. Er verfügt nicht über das mentale Werkzeug, um die Informationen in den richtigen Zusammenhang zu setzen. Das macht es schwierig, das gerade Gehörte mit dem vorher vorhandenen Wissen zu verknüpfen und kreativ und frei zu denken. Die Folge: Der Schüler »langweilt« sich schnell. Das ist wenig überraschend – wenn wir das, was wir hören, nicht verstehen und Probleme haben, seine Bedeutung zu erfassen, wirkt es auch nicht sonderlich interessant auf uns.

Anne Lien Simonsen leitet den Andersrød-Kindergarten in Moss, der großen Wert auf die Begriffsvermittlung legt. Sie erzählte, wie sie den Eltern auf einem Elternabend zeigen wollte, wie wichtig diese Begriffsvermittlung ist. Dafür bat sie die Eltern, sich einen Gegenstand zu überlegen und ihn dem Sitznachbarn zu beschreiben, der ihn dann erraten sollte. Doch zuvor teilte sie die Liste mit

den grundlegenden Begriffen aus, mit der Anweisung, diese Begriffe dürften nicht verwendet werden. Da stellten die Eltern fest, dass die Aufgabe fast unmöglich zu lösen war. Es war eine einfache Übung, die den Eltern schnell klarmachte, wie wichtig ein sicherer Umgang mit den Begriffen im Alltag ist.



Übung

Hier ist eine weitere schöne Übung, die uns zeigt, wie wichtig die Begriffe sind – und uns vor Augen führt, warum manche Kinder sie vielleicht nicht so gut beherrschen, wie Sie glauben mögen (auch wenn Sie selbst keine Probleme damit haben).

- Nehmen Sie ein Blatt Papier.
- Zeichnen Sie einen Stern.

Ganz einfach, oder? Sie wissen ja, wie ein Stern aussieht. Wenn Sie diese Übung mit mehreren Personen zusammen machen und jede von ihnen einen Stern gemalt hat, sehen die Bilder sicher unterschiedlich aus, aber das macht nichts, denn es sind alle Sterne. Soll heißen: Alle sind sich einig, was der Begriff beinhaltet. (Oder hat vielleicht doch ein Scherzbold einen Popstar gezeichnet statt eines Sterns mit Zacken?)

- Zeichnen Sie nun einen Drubedad. Geht nicht? Nein, und das ist auch gar nicht verwunderlich, denn diesen Begriff kennen Sie nicht und wissen nicht, was er bedeutet. Somit können Sie ihn weder in Analysen noch sonst irgendwie anwenden. Und dass Sie es nicht geschafft haben, einen Drubedad zu zeichnen, ist nicht Ihr Fehler. Es ist unserer, weil wir Ihnen nicht beigebracht haben, was das ist! (Soweit wir wissen, gibt es allerdings auch gar keinen »Drubedad«; wir haben uns das Wort nur ausgedacht.)

So fühlt es sich an, wenn man die Bedeutung eines Wortes nicht gelernt hat. Genau das Gleiche passiert, wenn der Begriff, mit dem man nicht vertraut ist, beispielsweise »Bruch« oder »Menge« lautet: Es ist sehr schwierig, ihn sicher und richtig zu verwenden.

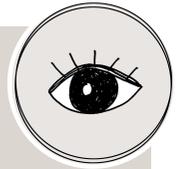
Beispiele für ein mangelhaftes Begriffsverständnis

Ein mangelhaftes Begriffsverständnis liegt vor, wenn ein Kind ...

- ... nicht versteht, wofür die Zahlen stehen oder wozu man sie verwendet.
- ... nicht versteht, welche Bedeutung die Position einer Zahl hat und dass die Stelle, an der sie steht, über ihren Wert bestimmt.
- ... nicht so richtig versteht, was »Größe« bedeutet und dass Gegenstände groß oder klein sein können, je nachdem, womit man sie vergleicht.
- ... nicht versteht, wie man Zahlen miteinander vergleicht, und Probleme damit hat, zu erkennen, welche Zahl »größer« ist, beispielsweise 3 oder 8. Ein anderes Beispiel wäre etwa die Ansicht, dass 1,75 größer ist als 2. Und es stimmt ja auch, dass die Zahl 1,75 mehr *Raum* einnimmt als die Zahl 2, aber ihr *Wert* ist geringer.
- ... Probleme damit hat, Mengen zu erfassen.
- ... die im Alltag gebräuchlichen Gewichts- und Maßeinheiten nicht versteht.
- ... nicht weiß, wie man die Anzahl ermittelt, oder sehr lange dafür braucht. Dann hat es nicht gelernt, dass man die Anzahl durch Zählen herausfindet, und begreift daher auch nicht, dass wir diese Anzahl ändern können, indem wir etwas hinzufügen oder abziehen, sie malnehmen oder teilen.

Können Sie sich vorstellen, wie es wäre, eine Matheaufgabe mit Dezimalzahlen zu lösen, wenn Sie nie gelernt hätten, was es bedeutet, dass die Ziffern an unterschiedlichen Positionen stehen, oder eine Geometrieaufgabe, wenn Sie nicht sicher wären, was der Unterschied zwischen einem Dreieck und einem Viereck ist?

Allen Begriffen gemeinsam ist, dass wir verstehen müssen, was sie *beinhalten*. Kinder verstehen die Bedeutung von Wörtern oft falsch. In der Mathematik kommt noch hinzu, dass viele lateinische Ausdrücke verwendet werden, etwa Addition, Division und Subtraktion, um nur einige wenige zu nennen. Diese Wörter müssen auch verstanden werden, aber Kinder erfassen ihre Bedeutung oft nicht.



Wichtig

Elin hat in vielen Jahren als Sonderpädagogin für Schüler mit Lernschwierigkeiten die Erfahrung gemacht, dass genau dies der Punkt ist, an dem die Kinder den Anschluss verlieren. Sie brauchen ein besseres Fundament, was das Begriffsverständnis angeht.

Die mathematischen Themenbereiche, die wir in diesem Buch behandeln, sind genau die, die allen Schülern Elins kleinere oder größere Probleme bereiten.

Schwer zu verstehen

Ihnen als erwachsenem Menschen fällt es möglicherweise schwer, sich bewusst zu machen und zu verstehen, dass Ihr Kind es noch nicht geschafft hat, diese grundlegenden Begriffe zu erlernen. Für Sie sind sie schließlich ganz selbstverständlich, und Sie denken vielleicht nicht einmal darüber nach, dass diese Grundlagen auch vermittelt werden müssen und nicht ganz automatisch vorhanden sind.



Übung

Gedankenexperiment

So wichtig ist der sichere Umgang mit den grundlegenden Begriffen:

Stellen Sie sich vor, Sie wollen backen lernen. Dann ist ganz klar, wie hilfreich es ist, wenn Sie die verschiedenen Zutaten abmessen können und wissen, wo sich die Küchengeräte und die anderen Utensilien befinden. Übertragen bedeutet das: Sie beherrschen die »grundlegenden mathematischen Fähigkeiten«, bevor Sie etwas Neues lernen. Aber wie sieht es aus, wenn Sie nicht wissen, was der Unterschied zwischen Backpulver, Mehl, Zucker und Puderzucker ist, oder keine Ahnung haben, was »verquirlen«, »unterheben« und »einfetten« bedeutet? Stellen Sie sich vor, dass Sie nun die Anweisung erhalten, die Zutaten auf eine bestimmte Weise zusammenzufügen, in einer vorgegebenen Reihenfolge, den Teig dann in eine Form zu gießen und das Ganze bei unterschiedlichen Temperaturen zu braten, zu kochen oder zu backen. Aber Sie wissen ja gar nicht, was die Wörter bedeuten, und sind sich ganz und gar nicht sicher, was der Unterschied zwischen Braten, Kochen und Backen ist. Ob der Kuchen wohl gelingen würde?

Oder stellen Sie sich vor, wir würden Sie auffordern, einen Norwegerpulli zu stricken. Wenn Sie bereits stricken können und wissen, wie man Maschen anschlägt, linke und rechte Maschen strickt, die Farbe wechselt und Strickschriften liest, ist die Chance recht groß, dass Sie dank dieser Fähigkeiten einen Pullover fabrizieren können. Wenn Sie aber nicht stricken können und ich Ihnen einfach eine Anleitung, Nadeln und Wolle in die Hand drücke, mit den Worten: »Der Pullover soll in einem Monat fertig sein«, ist es wohl nicht so leicht. Egal, wie alt Sie sind – wenn es jemand verpasst hat, Ihnen die grundlegenden Strickkenntnisse zu vermitteln, kann diese Person nicht erwarten, dass Sie ganz allein mit anspruchsvollen Mustern zurechtkommen. Das Stricken eines Norwegerpullis setzt voraus, dass Sie wissen, wie man normale Maschen strickt, Farbwechsel vornimmt, Muster strickt und Maschen zu- und abnimmt. Sonst wird das Ergebnis ziemlich schief und löchrig ausfallen und zu nichts zu gebrauchen sein. Das heißt – falls Sie überhaupt fertig werden und nicht irgendwann aufgeben.

Was ist ein Begriff?

Ein Begriff ist eine (halten Sie sich fest!) »Abstraktion der Gemeinsamkeiten einer Sache oder eines Ereignisses«. Soll heißen: Ein Begriff beschreibt Phänomene, die sich in einer bestimmten Hinsicht ähneln.

Mithilfe von Begriffen legen wir in unserem Kopf Bilder dessen an, was wir in unserer Umgebung sehen, und diese Bilder helfen uns zu verstehen, wozu man diese Dinge verwendet. Der Pädagoge Magne Nyborg, der die Methode, die in diesem Buch beschrieben wird, entwickelt hat, sagte: »Begriffe bilden die Brücke, mit deren Hilfe wir Bedeutung vermitteln können, von einem Menschen zum anderen.«

Wenn Sie zum Beispiel sagen: »Ich habe heute Mittag in der Kantine eine Tasse Tee getrunken«, kann sich derjenige, der Ihnen zuhört, ein Bild davon machen, wie Sie auf der Arbeit in der Kantine Tee trinken. Dabei finden mehrere grundlegende Begriffe Verwendung: Tee = Masse, Tasse = Raum, heute Mittag = Zeit, trinken = Kraft, am Kantineisch = Platz.

Wenn Ihnen mehrere Menschen zuhören und alle ungefähr das gleiche Bild vor Augen haben sollen, müssen sie dafür ähnliche Vorstellungen vom Inhalt dieser Begriffe haben. In einem Klassenzimmer können die Schüler ganz unterschiedliche Bilder im Kopf haben, weil ihr Begriffsverständnis voneinander abweicht.

Was ist ein Begriffssystem?

Ein Begriffssystem ist ein System, in dem wir die Informationen in Kategorien oder Gruppen eingeteilt haben, oft auch mit Untergruppen. Dabei haben wir den Kategorien, den Untergruppen und den Dingen, die wir auf diese Weise einteilen, Namen zugewiesen.

Der Begriff *Form* beinhaltet beispielsweise ein ganzes Begriffssystem: Es gibt viele unterschiedliche Formen. Wir können sie in eindimensionale, zweidimensionale und dreidimensionale Formen einteilen:

Eindimensionale Formen sind Linien, die wiederum gerade, gebogen, abgknickt oder unregelmäßig sein können.

Zweidimensionale Formen sind Flächen, die wiederum rund, viereckig, dreieckig, unregelmäßig oder auch herzförmig, sternförmig usw. sein können.

Zu den **dreidimensionalen Formen** gehören die Körper – Prismen, Pyramiden, Kegel, Zylinder, Kugeln und unregelmäßige Körper sowie andersartige Formen, zum Beispiel birnenförmige Körper etc.